Formulario di Dinamica del Punto Materiale

Notazione e unità

Di seguito alcune notazioni ricorrenti (simbolo - significato - unità):

- m - massa del punto materiale - [kg]
- $\vec{v}$ - velocità vettoriale - [m/s]
- v - modulo della velocità - [m/s]
- $\vec{a}$ - accelerazione vettoriale - [m/s^2]
- $\vec{F}$ - forza vettoriale generica - [N]
- t - tempo - [s]
- Δx, Δs - spostamento scalare (o variazione di posizione) $\Delta x = x - x_0$ - [m]
- Δt - intervallo di tempo $\Delta t = t - t_0$ - [s]
- g - accelerazione di gravità (locale) - [m/s^2] (valore tipico: $g \approx 9.81$ m/s^2)
- k - costante elastica della molla (Hooke) - [N/m]
- Δx (nel contesto elastico) - deformazione della molla (elongazione/compressione) - [m]
- N o $\vec{N}$ - forza normale (reazione perpendicolare al vincolo) - [N]
- T - tensione nella fune/corda - [N]
- μ_s, μ_d - coefficienti di attrito statico e dinamico (adimensionali)
- U - energia potenziale (generica) - [J]
- U_g - energia potenziale gravitazionale ($= mgh$) - [J]
- h - altezza verticale rispetto a riferimento per U_g - [m]
- U_e - energia potenziale elastica ($= \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$) - [J]
- K - energia cinetica ($= \frac{1}{2}mv^2$) - [J]
- L - lavoro (scalare), $L = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$ - [J]

1. Leggi di Newton (riepilogo)

Prima legge (inerzia):

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \Longrightarrow \quad \vec{v} = \text{costante}$$

Seconda legge:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

con m [kg], $\vec{a}$ [m/s^2]. Formule inverse utili:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}, \qquad m = \frac{|\sum \vec{F}|}{|\vec{a}|}$$

Terza legge (azione e reazione):

$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}$$

2. Lavoro e definizioni energetiche

Lavoro di una forza costante $\vec{F}$ su spostamento $\vec{s}$:

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F\, s \cos\theta$$

dove θ è l'angolo tra $\vec{F}$ e $\vec{s}$. Unità: J (joule) = N·m.

Lavoro di una forza variabile:

$$L = \int_{s_0}^{s_1} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Energia cinetica:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{[J]}$$

con $v = |\vec{v}|$.

Energia potenziale gravitazionale (scelta riferimento):

$$U_g = mgh \quad \text{[J]}$$

dove h è l'altezza verticale misurata dal riferimento (m).

Energia potenziale elastica (molla ideale, Hooke):

$$U_e = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \quad \text{[J]}$$

con k [N/m] e Δx [m].

3. Relazioni lavoro-energia e teoremi

Teorema delle forze vive (teorema dell'energia cinetica):

$$\Delta K = L_{\text{tot}} = \sum_i L_i$$

dove $\Delta K = K_f - K_i$ e L_{tot} è il lavoro totale compiuto da tutte le forze (convenz.: lavoro compiuto sul corpo).

Relazione tra lavoro di forza conservativa ed energia potenziale: Per forza conservativa $\vec{F}_c$ esiste U tale che:

$$L_{\vec{F}_c} = -\Delta U$$

cioè il lavoro della forza conservativa tra due istanti è meno la variazione di energia potenziale associata.

Forze conservative vs non conservative:

- *Forza conservativa*: il lavoro tra due punti dipende solo dagli estremi, esiste U (es.: peso, forza elastica ideale). Implicazione: se solo forze conservative agiscono,

  $$E_{\text{mecc}} = K + U = \text{costante}.$$

- *Forza non conservativa*: il lavoro dipende dal percorso (es.: attrito). Implicazione:

  $$E_{m,f} = E_{m,i} + L_{\text{non-cons}}$$

  dove $L_{\text{non-cons}}$ è solitamente negativo (energia meccanica dissipata in calore).

4. Forze fondamentali con energia e unità (dettagli)

Per ciascuna forza, definisco le grandezze e le unità, e aggiungo le formule inverse quando pertinenti.

Forza peso

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

- m - massa [kg]
- $\vec{g}$ - vettore gravità [m/s^2], modulo $g \approx 9.81$ m/s^2
- P - modulo [N]

Energia potenziale gravitazionale: $U_g = mgh$ [J], con h [m]. Lavoro della forza peso su spostamento verticale Δh:

$$L_P = -\Delta U_g = -mg\Delta h.$$

Formule inverse: $m = P/g$, $g = P/m$.

Forza normale e reazione vincolare

$$\vec{N} \quad \text{(perpendicolare alla superficie)}$$

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{R}_t$$

- $\vec{N}$ - componente normale [N]
- $\vec{R}_t$ - componente tangenziale della reazione vincolare (se presente) [N]

In assenza di spostamento nella direzione normale, $L_N = 0$ (la normale non compie lavoro).

Tensione (corda/fune ideale)

$$T \quad \text{(forza diretta lungo la corda) [N]}$$

Proprietà: per fune ideale e carrucole senza attrito, T è costante lungo la fune. Se la direzione della tensione è ortogonale allo spostamento locale, il lavoro è nullo.

Forza elastica (Hooke)

$$\vec{F}_e = -k\,\Delta x$$

- k - costante elastica [N/m]
- Δx - deformazione (elongazione/compressione) [m]

Energia potenziale elastica: $U_e = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$ [J]. Lavoro della forza elastica su spostamento da x_1 a x_2 (col segno convenzionale):

$$L_e = -\Delta U_e = -\tfrac{1}{2}k((\Delta x_2)^2 - (\Delta x_1)^2).$$

Formule inverse: $k = F_e/\Delta x$, $\Delta x = F_e/k$.

Forza di attrito statico e dinamico

$$F_{as} \le \mu_s N, \qquad F_{ad} = \mu_d N$$

- μ_s - coefficiente di attrito statico (adimensionale)
- μ_d - coefficiente di attrito dinamico (adimensionale)
- N - modulo della normale [N]

Lavoro dissipativo dell'attrito dinamico su spostamento s:

$$L_{attr} = -\mu_d N\, s \quad \text{[J]}$$

Gli attriti sono *non conservativi* (dissipano energia).

Forza centripeta (vincolare in moto circolare)

$$F_c = m\frac{v^2}{r}$$

- r - raggio della traiettoria [m]
- v - modulo della velocità tangenziale [m/s]

La forza centripeta è diretta verso il centro. Se la distanza dal centro resta costante, il lavoro di F_c è nullo.

5. Sintesi vettoriale e risultati utili

Risultante delle forze:

$$\vec{R} = \sum_i \vec{F_i} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{R}}{m}$$

Se si chiede componente lungo direzione u (versore $\hat{u}$):

$$R_u = \vec{R} \cdot \hat{u}, \qquad a_u = \frac{R_u}{m}.$$

6. Tabelle riassuntive (formule principali)

- Lavoro: $L = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$ [J]
- Energia cinetica: $K = \frac{1}{2}mv^2$ [J]
- Energia potenziale gravit.: $U_g = mgh$ [J]
- Energia potenziale elast.: $U_e = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$ [J]
- Seconda legge: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ [N]
- Forza peso: $\vec{P} = m\vec{g}$ [N]
- Forza elastica: $\vec{F_e} = -k\Delta x$ [N]
- Attrito dinamico: $F_{ad} = \mu_d N$ [N]
- Lavoro attrito (su s): $L_{attr} = -\mu_d N s$ [J]

7. Note pratiche e convenzioni

- Segno del lavoro: lavoro positivo se la forza ha componente lungo lo spostamento; negativo se opposta.
- Ricordare di scegliere un riferimento per h (energia potenziale) coerente in tutto il problema.
- Le relazioni tra lavoro ed energia valgono sia per moti unidimensionali sia per moti in più dimensioni, applicando prodotti scalari e integrali lungo la traiettoria.